

Gibt es ein kleinstes Schwarzes Loch?

P. Möller, Y. Saalberg, F. Jochheim, A. Wollschläger, G. Fläschner, W. Möring

Mit Gleichung (1) (Gleichung 4 aus [1]) folgt: Je kleiner die Masse M des Schwarzen Loches ist, desto größer ist die Beschleunigung a die ein Körper am Rande des Schwarzen Loches (Ereignishorizont) erfährt.

$$a = \frac{c^4}{4GM} \quad (1)$$

Die Gleichung (1) legt die Frage nahe: „Gibt es eine größte Beschleunigung?“

Diese Frage ist äquivalent zu den Fragen:

„Gibt es eine untere Grenze für die Masse eines Schwarzen Loches?“ und

„Gibt es ein kleinstes Schwarzes Loch?“

Was sagt die Allgemeine Relativitätstheorie (ART) dazu?

Schwarze Löcher müssen die Gleichung (2) (Gleichung 2 aus [2]) erfüllen. Die Masse M und der Schwarzschildradius R_S können dabei beliebig groß, aber auch beliebig klein werden!

$$R = R_S = \frac{2GM}{c^2} \quad (2)$$

Was sagt die Quantenmechanik dazu?

Die Quantenmechanik sagt der ART wie klein Schwarze Löcher werden dürfen. Die Planck-Länge $l_P = 1.6 * 10^{-35} \text{ m}$ ist die kleinste physikalisch sinnvolle Länge [3].

Daraus folgt: Das kleinste Schwarze Loch hat einen Durchmesser $d = l_P$ oder $R_S = \frac{l_P}{2}$.

$$\text{Mit (2) folgt: } M = \frac{c^2 R_S}{2G} = 0.55 * 10^{-8} \text{ kg}$$

Da die Planckmasse $m_p = 2.2 * 10^{-8} \text{ kg}$ ist [4], folgt:

$$M = \frac{m_p}{4}$$

Berechnung der größten Beschleunigung:

Mit $M = m_p = 2.2 * 10^{-8} \text{ kg}$ und (1) folgt: $a = \frac{c^4}{4 * G * M} = 1.4 * 10^{51} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Da die Planckbeschleunigung $a_p = 5.6 * 10^{54} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ist [4], folgt:

$$a = \frac{a_p}{4}$$

Wie heiß ist ein Schwarzes Loch?

Es folgt mit [4]: $m_p * c^2 = E = k * T$

Daraus folgt für T: $T = \frac{m_p * c^2}{k} = 1.4 * 10^{32} \text{ K} = T_p$

wobei E: Energie und k: Boltzmann – Konstante.

Zusammenfassung:

- 1. Das kleinste Schwarze Loch hat einen Durchmesser von l_p und eine Masse von m_p – bis auf den Faktor 4.**
- 2. Die Beschleunigung am Ereignishorizont beträgt a_p – bis auf den Faktor 4.**
- 3. Schwarze Löcher können sehr heiß sein! Ein Planckloch hat die Temperatur $T_p = 1.4 * 10^{32} \text{ K}$ (Plancktemperatur).**

Daraus ergeben sich weitere Fragen:

- 1. Wie kann man den Faktor „4“ erklären?*
- 2. Sind die Planckeinheiten schlecht definiert?*
- 3. Stimmt die Formel für den Schwarzschildradius?*
- 4. Kann man einem Schwarzen Loch wirklich entkommen?*

Aufgabe:

Leiten sie die Gleichung für den Schwarzschildradius eines Schwarzen Loches $R_S = \frac{2GM}{c^2}$ aus der Energieerhaltung her.

Nächster Artikel: *Kann man einem Schwarzen Loch wirklich entkommen?*

Literatur:

- [1] Einstein-Workshop, Kann man den Ereignishorizont einer Schwarzen Galaxie überschreiten?, 6.2015
- [2] Einstein-Workshop, Gibt es Schwarze Galaxien?, 4.2015
- [3] [wikipedia.org/wiki/Größenordnung_\(Länge\)](http://wikipedia.org/wiki/Größenordnung_(Länge))
- [4] wikipedia.org/wiki/Planck-Einheiten

Hamburg, 15.08.2015